

実践報告

# 論理的思考力や数学的表現力を育む授業づくりについて — 2年数学科「多角形の内角の和」の授業分析を通して —

山口 高司\*

About Math Classes to Develop Student's Logical Thinking and  
Mathematical Expressions:  
Eighth Grade Math through a Class Analysis of the Sum of the Interior Angles of a Polygon

Takashi YAMAGUCHI\*

## 【要約】

論理的思考力や数学的表現力を育むために、操作的活動から図形の性質を見つけさせる活動を通して、図形の性質が成り立つ理由を考えさせたり、条件を変えて考えさせたり一般化させたりする。また、グループ活動を積極的に取り入れ、図などを用いながら自分の考えを説明させることで、数学的コミュニケーション力を高めさせることを重視した。

## 【キーワード】

操作的活動      数学的コミュニケーション力

## 1 はじめに

平成20年3月に示された新学習指導要領では、中学校数学科の目標に「数学的活動を通して」と「表現する能力」が加えられている。つまり、数学的な思考力・判断力・表現力を育むために、数学的活動を一層充実させることと、事象を数理的に考察し表現する能力を高めさせることが、今回の改訂で重視されていることである。

また、本校数学科では、小・中が連携しながら論理的思考力や数学的な表現力を育む授業づくりを探究し、児童生徒が「考える楽しさ」や「わかる喜び」を実感できるような授業を目指して研究を進めている。授業において、課題を解決し答えを求めることは大事なことだが、その答えに至るまでの過程も重要である。生徒に考える楽しさを味わわせるためには、課題解決の過程において、まず生徒に考えさせる場があることが大切で、生徒が自ら考えてみたくなるような状況を生み出すべきであると考え。また、生徒にわかる喜びを実感させるためには、「なぜなのか」「どうしてなのか」「さらにどうなるか」を突き詰めながら筋道を立てて論理的に考えさせることが大切である。

そこで、論理的思考力や数学的表現力を育むために、図形領域において、操作的活動から図形の性質を見つけさせる活動を通して、図形の性質が成り立つ理由を帰納的にまたは演繹的に考えさせたり、条件を変えて考えさせたり、一般化させたりする。帰納的な証明と演繹的な証明については、双方を比較させながら、その違いに気づかせていきたい。また、グループ活動を積極的に取り入れ、図などを用いながら自分の考えを説明させることで、数学的コミュニケーション力を高めさせることを重視していきたい。そうして、比較・関連付けをしたり、多面的・多角的に見たりする中で、新たな疑問や問いが生まれ、深い学びへとつながっていくであろうと考える。

---

\*佐賀大学文化教育学部附属中学校

## 2 単元の目標と内容

### (1) 生徒の実態

本学級の生徒は、計算問題は正確に素早く解くことができ、思考を問うような問題もよく考え、解決することができる。しかし、図形領域においては、図形の性質を直観的に見つけることはできるものの、図形の性質がなぜ成り立つのか理由をきちんと説明できない生徒が多い。また、公式を利用して課題を解決することを好み、図形の性質が成り立つ理由を考えたりしない生徒も多くみられる。さらに、図形の性質を利用して、条件を変えて考えたり一般化したりすることを苦手とする生徒も多い。

そこで本単元では、図形の性質が成り立つ理由を述べたり、条件を変えて考えたり、一般化したりする活動や単元末レポートの作成を重視していきたい。また、操作的活動を積極的に取り入れることで、「考える楽しさ」を味わわせるとともに、図形の性質が成り立つ理由に興味をもたせたい。

### (2) 単元名「図形の調べ方」～多角形の内角の和～

### (3) 単元の概要

小学校では、操作的な活動や直観的な取り扱いを中心として、図形についての感覚を育てる。それに対して中学校では、操作的活動を通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、図形の性質が成り立つ理由を論理的に考察し表現する能力を培うことをねらいとする。

また、附属小算数科と本校数学科においては、児童生徒が論理的思考力や数学的な表現力を育む授業づくりを目指し、小・中で連携して研究を行っている。さらに、本校数学科では、思考の段階で、「なぜ」「どうして」「さらには」と突き詰めながら筋道を立てて論理的に考えさせるようにしている。

そこで、本単元では様々な多角形の内角・外角の和に着目した学習内容に取り組みさせる。様々な多角形とは、へこみのない図形に加え、ブーメラン型などへこみのある図形や、星形五角形なども含んでいる。様々な多角形の内角・外角の和について調べ、推測・類推し、なぜそのようになるのかというところまでしっかりと考えさせていきたい。

## 3 授業の実際

本単元の「多角形の内角の和」に関する授業は、以下のように行った。

### (1) 多角形の内角の和の指導計画

過程	学習活動と内容	時間	教師の指導・支援
導入	1 へこみのない多角形の 内角の和を求める。	2	1 へこみのない多角形の内角の和について、帰納的に調べさせる。また、なぜそうなるか理由を多面的・多角的に考えさせる。
展開	2 へこみのある多角形の 内角の和を求める。 3 星形正多角形（正 $n/m$ 角形）の内角の和の性質に迫る。	1 3	2 「ブーメラン形の角」の課題に取り組みせ、へこみのある図形の内角の和についても考えさせる。 3 星形正五角形（正 $5/2$ 角形）について内角の和を考えさせる。次に、星形正五角形はどんな図形なのか考えさせる。そして、星形正多角形（正 $n/m$ 角形）の内角の和に迫る。
展望	4 レポートを作成する。	1	4 へこみのない図形やへこみのある図形、 $n/m$ 角形の内角の和についてレポートを書かせる。

## 4 本時の授業

### (1) 本時の指導目標


操作活動を通して、星形正多角形（正  $n/2$  角形）の内角の和を調べさせる。また、なぜそうなるのか理由を考えさせる。

### (2) 本時の評価規準

ア 星形正多角形（正  $n/2$  角形）についての操作活動に積極的に取り組み、内角の和の性質を見つけようとしている。

イ 星形正多角形（正  $n/2$  角形）についての知識及び技能を活用しながら、内角の和が成り立つ理由を示したり、条件を変えて考えたり、一般化したりすることができる。

### (3) 本時の授業過程

過程	学習活動と内容	形態	教師の指導・支援	評価とその方法
導入	<p>1 星形正五角形(正<math>5/2</math>角形)の内角の和について復習する。</p> 	斉	<p>1 星形正五角形の内角の和は<math>180^\circ</math>であることを確認させ、また、なぜそうなるのかを説明させる。また、星形正五角形がどんな図形なのか(円を5等分した点を1つとばしてつないだものであることなど)を確認させる。</p>	
	めあて：星形正多角形（正 $n/2$ 角形）の内角の和について学ぼう			
展開	<p>2 星形正七角形(正<math>7/2</math>角形)の内角の和について調べる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>課題1 星形正七角形（正<math>7/2</math>角形）の内角の和について調べよう。</p> </div> <p>3 内角の和がなぜそうなるのかの理由を説明する。</p> <p>4 星形正<math>n</math>角形(正<math>n/2</math>角形)の内角の和について調べる。また、なぜそうなるのか説明する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>課題2 星形正<math>n</math>角形（正<math>n/2</math>角形）の内角の和について調べよう。</p> </div> <p>5 星形正<math>n</math>角形(正<math>n/2</math>角形)の内角の和について分かったことをまとめる。</p>	<p>個</p> <p>G ↓ 斉</p> <p>G ↓ 斉</p> <p>個</p>	<p>2-(1) 星形正七角形(正<math>7/2</math>角形)の図をワークシートに入れておく。</p> <p>2-(2) なぜそうなるのか図を使いながらいろいろな考え方で求めさせる。</p> <p>3 外角の定理やブーメラン型の図形の性質を使ったり、三角形の数に着目したり、内角の和<math>=180^\circ \times n - (\text{外角の和})</math>として求めたりすることで説明させる。</p> <p>4-(1) グループで表を使う人や図を使う人などに役割分担をして、取り組ませる。</p> <p>4-(2) 正<math>n/2</math>角形の内角の和を類推から求めたり、なぜそうなるのか演繹的に考えさせたりする。</p> <p>5 正<math>n/2</math>角形の内角の和は、<math>180^\circ \times (n-4) = 180^\circ n - 720^\circ</math> と表せることなどを自分の言葉でまとめさせる。</p>	<p>ア 図形についての観察や操作などの活動に積極的に取り組み、図形の性質を新たに見つけようとしている。</p> <p>【ワークシート】</p> <p>イ 図形についての知識及び技能を活用しながら内角の和が成り立つ理由を示したり、一般化したりすることができる。</p> <p>【ワークシート】</p>
展望	<p>6 へこみのない図形・へこみのある図形・<math>n/m</math>角形の内角の和について、レポート作成することを伝える。</p>	斉	<p>6 表にまとめるなどして、比較しやすいようにすることを説明する。</p>	

## 5 授業の実際について

### (1) 内角と外角の定義について

今回の授業を実践するにあたり、内角と外角の定義を次のようにした。

- ・内角は、多角形において互いに隣り合う2辺のつくる角のうち、多角形の内部の方にある角
- ・外角は多角形の一辺と、これと隣り合う辺の延長とがなす角

### (2) ヘこみのない多角形（ $n$ 角形）の内角の和

ヘこみがない場合は1点から対角線をひくと、 $n$ 角形の場合、三角形が $(n-2)$ 個できるので、 $n$ 角形の内角の和は $180^\circ \times (n-2)$ と表される。なぜそうなるのか問いかけたところ、図形の内部に点をとると三角形が $n$ 個でき、点のまわりに集まった角の和が $360^\circ$ になるので、 $180^\circ \times n - 360^\circ = 180^\circ \times (n-2)$ と説明した生徒もいた。また、外角の和については $360^\circ$ と考えた。これは、外角の和 $=180^\circ \times n - (\text{内角の和})$ から求められるが、他にも、回転の向きから1周分( $360^\circ$ )と考えた生徒もいた(図1)。

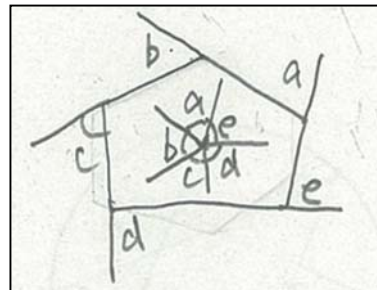


図1 外角の和

### (3) ヘこみのある多角形（ $n$ 角形）の内角の和

ヘこみがある場合は、ヘこみがない場合と同様に考えることができるので、 $180^\circ \times (n-2)$ と結論付けた。問題は外角の和。例えば、図2のような図形の場合、外角の定義に沿って考えるならば、 $-60^\circ$ と考え、その和は $360^\circ$ とした。しかし、外角は外の角ではないかという意見があり、その場合は $540^\circ$ となった。その際、回転の向きも考えないといけないという意見もあった。

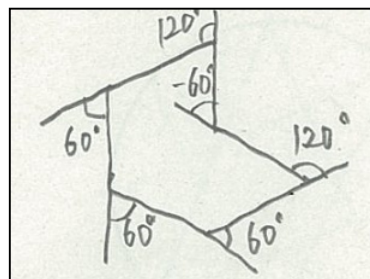


図2 ヘこみのある多角形

### (4) 星形正五角形（正5/2角形）の内角の和

星形正五角形とは、円周上を5等分した点を、1個とばしでつないだものとする。このような図形を正5/2角形と呼ぶことにする。よって、正 $n/m$ 角形の場合、この図形は円周上を $n$ 等分した点を、 $(m-1)$ 個とばしでつないだものとする。

星形五角形の内角の和は、 $180^\circ$ となる。なぜそうなるのか問いかけたところ、いろいろな考え方が出てきた。外角の定理(図3)やブーメラン型の図形の性質(図4)を使って帰納的に説明した生徒や、三角形が $n$ 個で外角の和の2倍をひくという考え(図5)、外角の和は回転の向きから2周分( $360^\circ \times 2 = 720^\circ$ )として(内角の和) $=180^\circ \times n - (\text{外角の和})$ という考え(図6)から、演繹的に説明した生徒もいた。

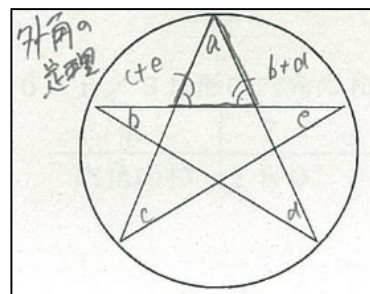


図3 外角の定理の利用

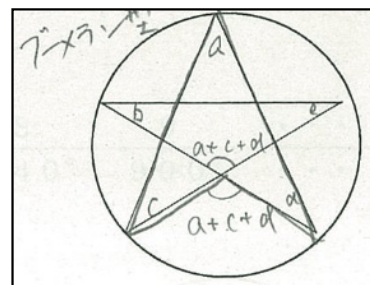


図4 ブーメラン型の利用

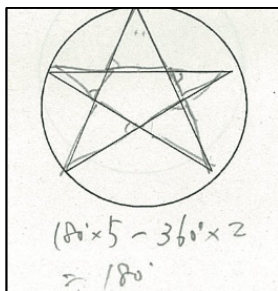


図5 三角形が $n$ 個

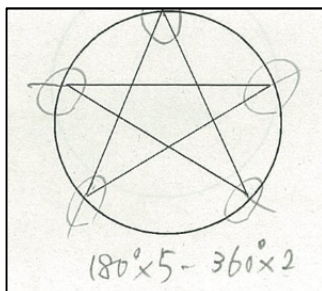


図6 外角の和が $720^\circ$

## (5) 星形正七角形（正7／2角形）の内角の和

星形正七角形とは、円周上を7等分した点を、1個とばしてつないだものである。

星形正七角形の内角の和は、 $540^\circ$  となる。なぜそうなるのか問いかけたところ、補助線をうまくひいて三角形と四角形に分けてその和を求めたり(図7)、星形正五角形でも出てきたが、三角形が $n$ 個で外角の和の2倍をひくという考え(図8)、外角の和は回転の向きから2周分( $360^\circ \times 2 = 720^\circ$ )として(内角の和)  $= 180^\circ \times n -$  (外角の和) という考え(図9)から、演繹的に説明したりしていた。他に、円の中心に補助線をひき、三角形が7つできて、そこから中心の角度( $360^\circ$ )をひくという考えもあがった。

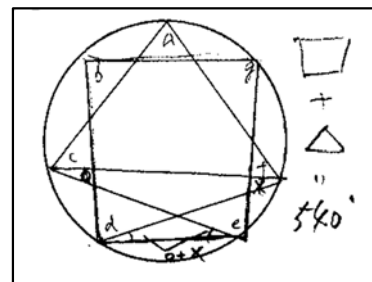


図7 三角形と四角形に分けて

## (6) 星形正 $n$ 角形（正 $n$ ／2角形）の内角の和

星形 $n$ 角形の内角の和は、 $180^\circ \times n - 720^\circ$  となる。なぜそうなるのか問いかけたところ、まずは表から規則性を見出し、類推して内角の和を求める式を導き出していた。比較的、表から類推して求めている生徒が多かった。また、図を使って説明している生徒もいた。(5)でもあがっていたが、三角形が $n$ 個で外角の和の2倍をひくという考えや、外角の和は回転の向きから2周分( $360^\circ \times 2 = 720^\circ$ )として(内角の和)  $= 180^\circ \times n -$  (外角の和) という考えから、演繹的に説明できていた。全体交流の場では、互いに自分の意見を出し合い、多様な見方や考え方ができた。またここで、帰納的証明と演繹的証明を比較させたことで、一般化とは何か改めて考えさせることができた。

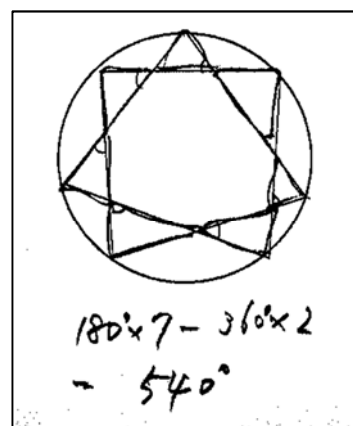


図8 三角形が $n$ 個

## (7) 考察

本時の授業では、星形正七角形の内角の和を求める活動を取り入れることで、「考える楽しさ」を味わわせるとともに、内角の和がなぜそのようになるのかいろいろな考え方で説明させることができた。また、条件を変えて考えたり、一般化したりする活動に取り組ませ、帰納的推論と演繹的推論を比較させることで、事柄を多面的・多角的に見る力を身に付けさせることができた。今後は、何等分にするかや何個とばしにするかなどの条件を変えて考えさせ、最終的には正 $n$ ／ $m$ 角形の内角の和を考えさせていきたい。

ここで、身に付けさせたいと考えていた力は、①多面的・多角的に見る力、②規則性から類推する力(帰納的推論)、③一般化する力(演繹的推論)の3点であった。このような、条件がえや拡張して考える力は、日常生活における思考力・活用力となりうるのではないだろうか。

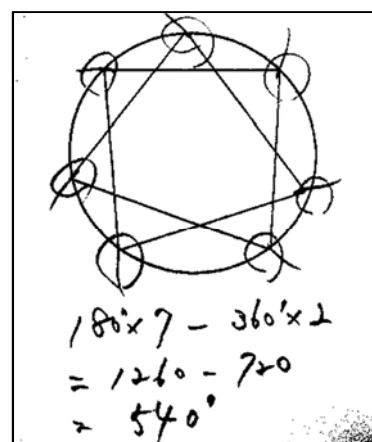


図9 外角の和が $720^\circ$

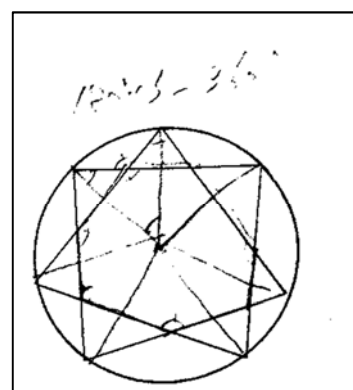


図10 円の中心に補助線



## 5. おわりに

論理的思考力や数学的表現力を育むために、操作的活動から図形の性質を見つけさせる活動を通して、図形の性質が成り立つ理由を帰納的にまたは演繹的に考えさせることができた。また、多様な見方や考え方が出るとともに、帰納的なものと演繹的なものを比較することで、一般化とは何かを考えさせることもできた。さらに、グループ活動を積極的に取り入れ、図などを用いながら自分の考えを説明させることで、多様な見方や考え方を共有することができ、生徒に数学的思考力や数学的な表現力を身につけさせることができた。以上のことから、本研究で身につけさせたい力を育成する授業の実践ができたのではないかと考える。

今後の課題として、児童生徒が課題を楽しんで考えたり、わかる喜びを感じたりできるような教材の開発を今後も積極的に行っていきたい。また、論理的思考力や数学的な表現力の高まりを目指し、「さらにどうなるか」と発展的に考えさせるような授業を仕組んでいく必要がある。そのためには、事象を数学化して「比較する」や「関連づける」、「多面的・多角的に見る」ことができるような課題を設定していきたい。また、話し合い活動や交流活動で互いの考えを共有する中で、学びを深めさせ、さらに疑問や新たな問いを見い出せるような工夫をしていきたい。以上のような「主体的・対話的な学び」を実践していく中で、疑問や新たな問いを見い出し、さらに考察していくことが「深い学び」を生んでいくのではないだろうか。

## 【参考文献】

- 井上正允 『本日オープン！数学美術館』国土社1995.  
文部科学省『中学校学習指導要領解説数学編』教育出版 2008.